



Cambridge International AS & A Level

CANDIDATE NAME					
CENTRE NUMBER			CANDIDATE NUMBER		

952421569

FURTHER MATHEMATICS

9231/14

Paper 1 Further Pure Mathematics 1

May/June 2025

2 hours

You must answer on the question paper.

You will need: List of formulae (MF19)

INSTRUCTIONS

- Answer all questions.
- Use a black or dark blue pen. You may use an HB pencil for any diagrams or graphs.
- Write your name, centre number and candidate number in the boxes at the top of the page.
- Write your answer to each question in the space provided.
- Do not use an erasable pen or correction fluid.
- Do not write on any bar codes.
- If additional space is needed, you should use the lined page at the end of this booklet; the question number or numbers must be clearly shown.
- You should use a calculator where appropriate.
- You must show all necessary working clearly; no marks will be given for unsupported answers from a calculator.
- Give non-exact numerical answers correct to 3 significant figures, or 1 decimal place for angles in degrees, unless a different level of accuracy is specified in the question.

INFORMATION

- The total mark for this paper is 75.
- The number of marks for each question or part question is shown in brackets [].

This document has 16 pages.

1 (a) Use the List of formulae (MF19) to find $\sum_{r=1}^{n} (2r+1)$ in terms of n, simplifying your answer. [2]

 	 • • • • • • • • • • •	 	 	 	 	 	

•••••	 •••••	

 •	 •

(b)	Show that	2r+1	_ 1	_ 1	Г	11
(D)	Show that	$\frac{2r+1}{(r^2+1)(r^2+2r+2)}$	$r^2 + 1$	r^2+2r+2	L	.1]

• • • •	• • • • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •		• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •		• • • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	 • • • •
• • • •	• • • • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	•••••	• • • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • • •	• • • • •	• • • • • •	• • • • • •	 • • • •

•••••	 •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	 •

• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	 •••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••

DO NOT WRITE IN THIS MARGIN

(c)



3

Use the method of differences to find $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2r+1}{n}$	[2]
Use the method of differences to find $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2r+1}{(r^2+1)(r^2+2r+2)}.$	[4]
r=1	
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
	•••••
Deduce the value of $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{2r+1}{(r^2+1)(r^2+2r+2)}.$	[1]
$\sum_{r=1}^{\infty} (r^2+1)(r^2+2r+2)$	[1]
<i>r</i> −1 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

(d)

	(n-2)!x''.	[6
 		 ••••
 		 •••••

DO NOT WRITE IN THIS MARGIN

* 0000800000005 *	
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••

3 The points A, B and C have position vectors

$$2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$
, $-5\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ and $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$

respectively, relative to the origin O.

	Find the equation of the plane ABC, giving your answer in the form $ax + by + cz = d$. [5]
•	
•	
	Find the perpendicular distance from O to the plane ABC .

7 Find the acute angle between the line OA and the plane ABC .	3]
	••
	••
	••
	••
	••
	••
	••

(a)



The cubic equation $x^3 + bx^2 + cx - 1 = 0$, where b and c are constants, has roots α , β , γ .

α It is given that the matrix is singular.

Show that $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 3$.	[4]
	••••••

© UCLES 2025



9

(b)	It is given that $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3$ and that the constants b and c are positive.			
	Find the values of b and c .			

9231/14/M/J/25



The matrix **M** represents a sequence of two transformations in the x-y plane given by a one-way stretch in the x-direction, scale factor 3, followed by a reflection in the line y = x. 5

a)	Find M.	[3]
		•••••
		•••••
b)	Give full details of the geometrical transformation in the x - y plane represented by \mathbf{M}^{-1} .	[3]
		•••••
Γhe	matrix N is such that $\mathbf{MN} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.	
c)	Find N.	[3]
		•••••
		•••••
		•••••
		•••••

	* 0000800000011 *

represer	nted by MN	N.							
	•••••			•••••		•••••			•••••
•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •			••••••
•••••	•••••		•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••		•••••
•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••		,	•••••
				•••••					•••••
••••••	•••••		•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••		•••••
				•••••					•••••
•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••	•••••	••••••	•••••			•••••
									•••••
•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••			•••••
	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •								
•••••	•••••		•••••	•••••	•••••				•••••
•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•	••••••	••••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •			•••••
	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •				•••••
									•••••
•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	•••••	••••••	•••••		•••••	
	•••••								

© UCLES 2025



- 6 The curve C has polar equation $r = a \tan(\frac{1}{8}\theta)$, where a is a positive constant and $0 \le \theta \le 2\pi$.
 - (a) Sketch C and state, in terms of a, the greatest distance of a point on C from the pole. [3]

			••••••		•••••		
		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	
	•••••			••••••		••••••	
 •••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	
 						••••••	
 	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	
 	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	
 •••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	
 •••••	•••••		•••••	•••••		•••••	
 						•••••	
 		•••••	•••••	•••••		•••••	

* 000080000013 *

(c) Show that, at the point on C furthest from the initial line,

$4\sin\left(\frac{1}{4}\theta\right)$	$\cos\theta + \sin\theta = 0$
---------------------------------------	-------------------------------

13

and verify that this equation has a root between 4.95 and 5.	[6]



7 The curve C has equation $y = \frac{x^2 + x - 4}{x^2 + x + 2}$.

(a) State the equation of the asymptote of C. [1]

(b) Show that, for all real values of x, $-\frac{17}{7} \le y < 1$. [4]

•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •

(c) Find the coordinates of any stationary points of C. [3]

•••••	 	•••••	•••••	

.....



(d) Sketch C, stating the coordinates of the intersections with the axes.

15

[3]

(e) Sketch the graph with equation $y = \frac{|x|^2 + |x| - 4}{|x|^2 + |x| + 2}$ and find the set of values of x for which

$$\frac{|x|^2 + |x| - 4}{|x|^2 + |x| + 2} < -\frac{1}{2}.$$
 [5]

•••••	 •••••	•••••	 •••••
•••••	 		
•••••	 •••••	•••••	 ••••••
•••••	 ••••••	••••••	 •••••



Additional page

16

If you use the following lined page to complete the answer(s) to any question(s), the question number(s) must be clearly shown.
Permission to reproduce items where third-party owned material protected by convight is included has been sought and cleared where possible. Ever

Permission to reproduce items where third-party owned material protected by copyright is included has been sought and cleared where possible. Every reasonable effort has been made by the publisher (UCLES) to trace copyright holders, but if any items requiring clearance have unwittingly been included, the publisher will be pleased to make amends at the earliest possible opportunity.

To avoid the issue of disclosure of answer-related information to candidates, all copyright acknowledgements are reproduced online in the Cambridge Assessment International Education Copyright Acknowledgements Booklet. This is produced for each series of examinations and is freely available to download at www.cambridgeinternational.org after the live examination series.

Cambridge Assessment International Education is part of Cambridge Assessment. Cambridge Assessment is the brand name of the University of Cambridge Local Examinations Syndicate (UCLES), which is a department of the University of Cambridge.

